

Name:

Matrikelnr./Kennzahl:

Diskrete Mathematik

28. November 2008

Aufgabe:	1	2	3	4	5	
Punkte:	6	4	4	6	5	= Punkte

Bitte beachten:

- Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten sind ausführlich zu begründen!
- Schreiben Sie jedes Beispiel auf ein eigenes Blatt!
- Beschriften Sie jedes Blatt links oben mit der Beispielnummer und rechts oben mit ihrem Namen und ihrer Matrikelnummer. Falls Sie für ein Beispiel mehrere Blätter benutzen, nummerieren Sie die Blätter zu diesem Beispiel und geben Sie auch jeweils die Anzahl der Blätter zu diesem Beispiel an.
- Bitte kreuzen Sie den gewünschten Termin für die mündliche Prüfung an:

KW 49	KW 50	KW 51

- Seien (G, \circ) und (H, \diamond) zwei endliche Gruppen und $f: G \rightarrow H$ ein Homomorphismus mit $\text{Ker } f = \{e_G\}$, wobei $\text{Ker } f$ der Kern von f ist. Zeigen Sie, dass $\forall a \in G, |a| = |f(a)|$ gilt, wobei $|a|$ die Ordnung von a in G und $|f(a)|$ die Ordnung von $f(a)$ in H ist.
 - Betrachten Sie die Gruppen $(3\mathbb{Z}, + \text{ mod } 3)$ und $(6\mathbb{Z}, + \text{ mod } 6)$ der Restklassen modulo 3 bzw. 6. Finden Sie alle Homomorphismen $f: 3\mathbb{Z} \rightarrow 6\mathbb{Z}$.
- Beweisen Sie: Ein planarer Graph mit n Knoten, der keinen Kreis der Länge 3 enthält, besitzt maximal $2n - 4$ Kanten.
- Bestimmen Sie für jedes $l \in \mathbb{N}$ einen Graphen $G = (V, E)$ mit $\chi(G) = 2$ und $\chi'(G) = l$, wobei $\chi(G)$ und $\chi'(G)$ die chromatische Zahl bzw. der chromatische Index des Graphen G sind.
- Sei $n \in \mathbb{N}$, eine natürliche Zahl. Sei a_n die Anzahl der ganzzahligen Lösungen der Gleichung $\sum_{i=1}^{10} x_i = n$, wenn $1 \leq x_1 \leq 2$, $3 \leq x_2 \leq 4$, und $x_i \geq 1$ für $i = 3, 4, \dots, 10$? Bestimmen Sie a_n für alle $n \in \mathbb{N}$.
- Lösen Sie die Rekursion $a_{n+2} = 3a_{n+1} + 4a_n + 4^n$ mit Anfangsbedingungen $a_0 = 2$ und $a_1 = 7$.