

Name:

Matrikelnr./Kennzahl:

Diskrete Mathematik

28. Juni 2008

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4	5
<i>Punkte:</i>	3	4	3	5	5
					= <i>Punkte</i>

Bitte beachten:

- Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten sind ausführlich zu begründen!
- Schreiben sie jedes Beispiel auf ein eigenes Blatt!
- Bitte kreuzen Sie den gewünschten Termin für die mündliche Prüfung an:

Mi., 2.7.	Do., 3.7.	Fr., 4.7.	KW 28: Mi.,9.7. bis Fr., 11.7.

1. Es sei (G, \circ) eine Gruppe und H eine endliche, nicht leere Teilmenge von G , die unter der Operation \circ abgeschlossen ist. Zeigen Sie, dass (H, \circ) eine Untergruppe von (G, \circ) ist.
2. Ein einfacher, ungerichteter Graph $G = (V, E)$ ist zusammenhängend, enthält mindestens einen Knoten mit Grad 6, enthält mindestens zwei verschiedene Kreise, d.h. zwei Kreise mit disjunkten Knotenmengen, und erfüllt $|E| = 10$. Wie groß kann $|V|$ unter diesen Bedingungen sein?
3. Gegeben sind 12 Chemikalien. Es ist gefährlich, Chemikalie i ($1 \leq i \leq 10$) im gleichen Raum mit Chemikalie $i + 1$ oder im gleichen Raum mit Chemikalie $i + 2$ zu lagern. Bestimmen Sie die kleinste Anzahl von benötigten Lagerräumen.
Hinweis: Modellieren Sie das Problem als Färbungsproblem in einem Graphen.
4. Sei $n \in \mathbb{N}$ eine beliebige natürliche Zahl. Bestimmen Sie die Anzahl b_n der Folgen (a_i) , $1 \leq i \leq n$, der Länge n , die folgende Bedingungen erfüllen: $a_i \in \{0, 1, 3\}$, $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$, und $a_i + a_{i+1} \leq 3$, $\forall i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$. Untersuchen Sie das asymptotische Verhalten von $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
5. Sei a_n die Anzahl von geordneten Trippeln (i, j, k) ganzer Zahlen, sodass $i \geq 1$, $j \geq 2$, $k \geq 0$ und $2i + j + 2k = n$, $n \in \mathbb{N}_0$. Finden Sie die erzeugende Funktion der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ und bestimmen Sie eine Formel für a_n .