AK Finanzmathematik (Optimierungsmethoden in der Finanzmathematik)
SS 2014
3. Übungsblatt

14. Führen Sie drei Iterationen der Methode des schnellsten Abstiegs für das untenstehende unrestringierte Minimierungsproblem durch

$$\min f(x) = (x_1 - 2)^4 + \exp(x_1 - 2) + (x_1 - 2x_2)^2.$$

Verwenden Sie als Startpunkt $x^{(0)} = (0, 3)$. In jeder Iteration soll die passende Schrittgröße mit Hilfe der „line search“ Methode mit Parametereinstellungen $\mu = 0.3$, $\beta = 0.8$ und anfänglicher Schrittgröße $\alpha = 1$ bestimmt werden. Geben Sie für jede Iteration k, $k = 0, 1, 2$, den aktuellen Punkt $\left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}\right)$, die aktuelle Richtung $\left(d_1^{(k)}, d_2^{(k)}\right)$, die Schrittgröße $\alpha^{(k)}$ und die Länge des Gradientenvektors $\left|\left|\nabla f(x^{(k)}\right|\right|$ an.

15. Führen Sie drei Iterationen des generischen Newtonv-Vrfahrens (mit Schrittgröße gleich 1 in jeder Iteration) und Startpunkt $x^{(0)} = (0, 3)$ für die Aufgabe von Übungsbeispiel 14 durch. Geben Sie auch hier den aktuellen Punkt $\left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}\right)$, die aktuelle Richtung $\left(d_1^{(k)}, d_2^{(k)}\right)$, die Schrittgröße $\alpha^{(k)}$ und die Länge des Gradientenvektors $\left|\left|\nabla f(x^{(k)}\right|\right|$ für jede Iteration k, $k = 0, 1, 2$, an. Vergleichen Sie diese Ergebnisse mit den Ergebnissen aus Übungsbeispiel 14.

16. Betrachten Sie das folgende restringierte Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{rc} \min & f(x_1, x_2) := -x_1 - x_2 - x_1 x_2 + \frac{1}{2}x_1^2 + x_2^2 \\ \text{udNb.} & x_1 + x_2^2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$

Stellen Sie die Karush-Kuhn-Tucker Bedingung für dieses Problem auf. Verifizieren Sie, dass $x^* = (2, 1)$ ein lokales Optimum für dieses Problem ist in dem Sie passende Lagrange Multiplikatoren λ^* finden. Ist x^* auch ein globales Minimum?