

Operations Research WS 2007/2008

2. Übungsblatt

12. Die Nachfrage nach einem Produkt betrage 650 Einheiten pro Woche. Die Auslieferung erfolgt gleichmäßig. Das Produkt muß bestellt werden, wofür fixe Bestellkosten von 25\$ anfallen. Die Stückkosten betragen 3\$ und die Lagerhaltungskosten 0.005\$ pro Stück und Woche.
- (a) Angenommen, Fehlmengen seien nicht erlaubt. Bestimmen Sie, wie oft ein Produktionslauf durchzuführen ist und welche Menge produziert werden sollte.
 - (b) Die Fehlmengenkosten betragen 3\$ pro Stück und Monat. Bestimmen Sie wie oft ein Produktionslauf durchzuführen ist und welche Menge produziert werden sollte.
13. MBI ist ein Hersteller von PCs. In jedem der von MBI hergestellten PCs wird ein 3.5' HD Floppy Disk Laufwerk eingebaut, das MBI von einer anderen Firma namens Ynos kauft. MBI arbeitet rund um das Jahr (52 Wochen im Jahr) und baut 100 der oben erwähnten Laufwerke pro Woche ein. Die Lagerungskosten betragen 20% des Wertes der gelagerten Güter. Die Fixkosten für eine Bestellung bei Ynos betragen 50\$ unabhängig von der Bestellmenge. Was die Stückpreise betrifft bietet Ynos jedoch Mengenrabatte an. Der Stückpreis c wird als Funktion der Bestellmenge Q folgendermaßen angegeben:

$$c(Q) = \begin{cases} 100\$/\text{Stück} & 1 \leq Q \leq 99 \\ 95\$/\text{Stück} & 100 \leq Q \leq 499 \\ 90\$/\text{Stück} & Q \geq 500 \end{cases}$$

Bestimmen sie die optimale Bestellmenge/Bestellpolitik im Sinne eines EOQ Modells mit Mengenrabatten. Es sind also die optimale Bestellmenge und die optimale Periodenlänge zu bestimmen. Wie viele Bestellungen werden bei optimaler Bestellpolitik im Jahr abgegeben? Wie hoch sind die dazugehörigen jährlichen Gesamtkosten?

14. Es wird angenommen, daß die Nachfrage nach Fernsehgeräten saisonalen Schwankungen unterliegt. Für die Weihnachtssaison (Oktober bis Dezember) wird ein Absatz in Höhe von 30000 Geräten prognostiziert. Für die Winterperiode (Jänner bis März) ein schwächerer Absatz von 20000 Geräten, für den Frühling (April bis Juni) 30000 und für den Sommer (Juli bis September) in Höhe von 20000 Geräten. Der Fernsehhersteller produziert die Lautsprecher, die in die Fertigung seiner Fernsehgeräte eingehen, selbst. Die Rüstkosten und die Stückkosten für die Lautsprecherproduktion betragen 20000\$ bzw. 1\$. Die Lagerkosten eines Lautsprechers betragen 0.2\$ pro Zeitperiode (3 Monate). Die Lautsprecher müssen in Produktionseinheiten von jeweils 10000 Stück gefertigt werden. Es sei angenommen, daß die Produktion der Fernsehgeräte eine Periode bevor sie benötigt werden abgeschlossen sein muß. Die 30000 Geräte, die für die Weihnachtssaison benötigt werden, müssen damit in der Zeit von Juli bis September hergestellt werden. Die Lautsprecher werden erst zuletzt in die Fernsehgeräte eingebaut und können innerhalb sehr kurzer Zeit in großen Mengen hergestellt werden, sodaß angenommen werden kann, daß die Produktion und der nachfolgende Einbau ohne Verzögerung stattfinden. Es ist nun für jede Periode die Produktionsmenge der Lautsprecher festzulegen, die die Gesamtkosten minimiert und die Bedarfsdeckung sicherstellt. Lösen Sie dieses Problem mit Hilfe des Verfahren von Wagner und Whitin.

15. Betrachten Sie die Situation, in der ein spezielles Produkt hergestellt und solange gelagert wird, bis es im nachfolgenden Produktionsprozeß eingesetzt wird. Die Anzahl der in den nächsten drei Monaten benötigten Einheiten sowie die Rüstkosten und die regulären Produktionskosten in den einzelnen Monaten entnehmen Sie nachfolgender Aufstellung.

Monat	Bedarf	Rüstkosten (\$)	Reguläre Stückkosten (\$)
1	1	5	8
2	3	10	10
3	2	15	9

Derzeit liegt eine Einheit auf Lager; am Ende der drei Monate sollen zwei Einheiten im Lager sein. Innerhalb der regulären Produktionszeit können jeden Monat maximal drei Einheiten hergestellt werden. Eine weitere Einheit kann im Überstundenbetrieb gefertigt werden, wofür zusätzlich zu den regulären Produktionskosten Überstundenkosten in Höhe von 2\$ anfallen. Die Lagerkosten betragen pro Einheit 2\$ für jeden Lagermonat.

Verwenden Sie die dynamische Optimierung, um zu bestimmen wieviele Einheiten in jedem Monat produziert werden sollen, damit die Gesamtkosten minimiert werden. Kann hierfür ein Wagner-Whitin-ähnliches Verfahren herangezogen werden?

16. Betrachten Sie ein deterministisches dynamisches Lagerhaltungsmodell bei dem die fixen Bestellkosten K_i , die Stückpreise c_i und die Lagerungskosten h_i von der Periode i abhängen und von Periode zu Periode variieren. Auf dieses Modell wird das Verfahren von Wagner und Whittin angewendet. Sei k_i^* der Index der Periode in der in einer optimalen Bestellpolitik die Lieferung für Periode i erfolgen soll, $i = 1, 2, \dots, n$ (siehe auch Vorlesung; dort wird dieselbe Notation verwendet). Zeigen Sie, daß $k_1^* \leq k_2^* \leq \dots \leq k_n^*$ gilt, wenn die Folge der (periodenabhängigen) Bestellkosten monoton wachsend ist $K_1 \leq K_2 \leq \dots \leq K_n$.
17. Betrachten Sie folgendes Lagerhaltungsbeispiel mit drei gelagerten Gütern. Die fixen Bestellkosten K_i , die Stückkosten c_i , die Lagerkosten h_i pro Stück und Monat sowie die Verbrauchsraten μ_i für Gut i , $i = 1, 2, 3$, sind in der nachstehenden Tabelle gegeben:

	Gut 1	Gut 2	Gut 3
K (in \$)	40	10	45
c (in \$ pro Stück)	0.5	1	0.25
h (in \$ pro Stück und Monat)	0.1	0.2	0.05
μ (in Stück pro Monat)	200	100	50

- (a) Es wird vorausgesetzt, daß die Bestellperiode für alle Güter gleich lang gewählt wird, sodaß - gleiche Lieferzeiten für alle Güter vorausgesetzt - alle Güter immer jeweils zum gleichen Zeitpunkt angeliefert werden. Bestimmen Sie die optimalen (kostenminimalen) Bestellmengen, die optimale Bestellperiode und die minimalen Gesamtkosten.
- (b) Es wird angenommen, daß der Wert der gelagerten Güter (also das durch die Lagerung gebundene Kapital) einen Betrag γ nicht überschreiten soll. Bestimmen Sie die optimalen (kostenminimalen) Bestellmengen, die optimalen Bestellperioden und die minimalen Gesamtkosten für $\gamma = 200\$$, $\gamma = 150\$$ bzw. $\gamma = 30\$$.

18. Betrachten Sie ein serielles zweistufiges Lagersystem wie in der Vorlesung beschrieben mit $K_1 = 15000\$$, $K_2 = 500\$$, $h_1 = 20\$$, $H_2 = 22\$$ und $r = 5000$. Bestimmen Sie je eine optimale Bestellpolitik für beide Lagerstufen des zweistufigen Systems in dem Sie beide Lagerstufen simultan optimieren (vgl. Vorlesung). Vergleichen Sie die Ergebnisse einer derartigen Optimierung (Gesamtkosten sowie Losgröße und Periodenlänge für jede Stufe) mit den Ergebnissen einer Optimierung, die die optimale Bestellpolitik für jede Lagerstufe separat bestimmt.
19. Betrachten Sie ein serielles mehrstufiges Lagersystem (vgl. Vorlesung) mit 5 Lagerstufen und fixen Bestellkosten bzw. Lagerungskosten pro Stufe gegeben in der untenstehenden Tabelle. Die konstante Abgangsrate ist $r = 1000$. Bestimmen Sie je eine Bestellpolitik für alle Lagerstufen des Systems mit Hilfe des in der Vorlesung beschriebenen Verfahrens. Tragen Sie ähnlich wie in der Vorlesung alle Zwischenergebnisse der relaxierten und revidierten Probleme in einer Tabelle ein. Geben Sie eine obere Grenze für die prozentuelle Abweichung der minimalen variablen Gesamtkosten (bestehend aus den fixen Bestellkosten und aus den Lagerungskosten) von den variablen Gesamtkosten einer wie oben beschrieben erhaltenen Bestellpolitik.

Lagerstufe i	K_i (in \$)	h_i (in \$)
1	125000	2
2	20000	10
3	6000	15
4	10000	20
5	250	30