Name: **Matrikelnr./Kennzahl:**

Operations Research

28. Februar 2008

Aufgabe:	1	2	3	4		
Punkte:	3	3	2	3		
					=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Formulieren und lösen Sie das untenstehende Probleme als dynamisches Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1^3 + 4x_2^2 + 16x_3 \\ \text{u.d.NB.} \quad & \\ & x_1 x_2 x_3 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 1 \end{aligned}$$

   für die folgenden zwei Fälle:

   (a) x_1, x_2, x_3 sind ganzzahlig: $x_i \in \mathbb{Z}$, $i = 1, 2, 3$.

   (b) x_1, x_2, x_3 sind reelle Zahlen: $x_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2, 3$.

2. Ein kleines Elektrofachgeschäft verkauft jedes Jahr durchschnittlich 400 12 V Energiesparlampen. Um die Lagerungskosten niedrig zu halten wurden die Lampen in Gruppen von 200 Stück bestellt. Nun bietet der Großhändler Mengenrabatte wie in der untenstehenden Tabelle angegeben:

Lagerstufe	Menge	Stückpreis ($)
1	1 bis 99	8.5
2	100 bis 999	8.00
3	1000 und mehr	7.50

   wobei der Stückpreis für alle gekauften Stücke gilt, sobald die gekaufte Menge der dazugehörigen Preiskategorie entspricht. Der vom Fachgeschäft verwendete Lagerungskostensatz beträgt 20% des Kaufpreises per Stück und Jahr. Die fixen Bestellkosten belaufen sich auf 80$ pro Bestellung. Verwenden Sie das EOQ Modell mit Mengenrabatten um die optimale Losgröße zu bestimmen.

   (a) Bestimmen Sie die optimale zulässige Losgröße für jede Preiskategorie.

   (b) Für jede Preiskategorie stellen Sie die Abhängigkeit der jährlichen Gesamtkosten als Funktion der Losgröße graphisch dar.

(c) Verwenden Sie die Ergebnisse von (a) und (b) um die optimale Losgröße und die optimalen jährlichen Kosten zu bestimmen. Wieviele Bestellungen müssen jährlich abegegeben werden?

3. Bestimmen Sie die optimale Bestellpolitik für ein einperiodiges stochastisches Modell in dem der Bedarf als gleichverteilte Zufallsvariable $R \sim U([0,20])$ modelliert wird. Die Lagerungskosten und die Fehlmengenkosten betragen 1 Euro bzw. 3 Euro pro Stück und Zeiteinheit. Die fixen Bestellkosten betragen 1.5 Euro pro Bestellung und der Stückpreis ist 2 Euro.

4. (a) Geben Sie ein Beispiel eines Multikriteriellen Linearen Problems an, in dem X_{Par} eine einelementige Menge ist und $dim(X) = n$, wobei $X \subset \mathbb{R}^n$ das Polyeder der zulässigen Lösungen ist.
(($dim(X)$ ist die Dimension des Polytops, d.h. die Dimension des kleinsten affinen Raums, der das Polytop enthält.)

   (b) Zeigen Sie anhand des untenstehenden Beispiels, dass es Instanzen von MCOPs $(X, f, \mathbb{R}^Q)/id/(\mathbb{R}^Q, <)$ (bzw. MCLPs) gibt, in denene einige der Zielfunktionen $f_i \colon X \to \mathbb{R}$, $i = 1, 2, \ldots, Q$, ($f = (f_1, f_2, \ldots, f_Q)$) unbeschränkt sind und trotzdem $X_{Par} \neq \emptyset$ gilt.

$$X = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+ \colon -x_1 + x_2 \leq 3, x_1 + x_2 \geq 3\} \text{ und}$$
$$f = (f_1, f_2),\ f_1(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2,\ f_2(x_1, x_2) = -2x_2$$

   Bestimmen Sie X_{Par} für $(X, f, \mathbb{R}^2)/id/(\mathbb{R}^2, <)$.