Name: **Matrikelnr./Kennzahl:**

Operations Research

25. April 2008

Aufgabe:	1 2 3 4
Punkte:	3 3 2 3
	= *Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Formulieren und lösen Sie das untenstehende Probleme als dynamisches Optimierungsproblem:

$$\max \quad x_1(1-x_2)x_3$$
$$\text{u.d.NB.}$$
$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 3$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

   für die folgenden zwei Fälle:

   (a) x_1, x_2, x_3 sind ganzzahlig: $x_i \in \mathbb{Z}$, $i = 1, 2, 3$.

   (b) x_1, x_2, x_3 sind reelle Zahlen: $x_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2, 3$.

2. Ein Flugzeughersteller erhält am Ende des Jahres einen Auftrag für die Produktion von 10 Kleinflugzeugen in Laufe des kommenden Jahres. Die Flugzeuge sollen quartalsmäßig am Ende des jeweiligen Quartals der folgenden Tabelle entsprechend geliefert werden:

	1. Quartal	2. Quartal	3. Quartal	4. Quartal
Anzahl Flugzeuge	3	2	3	2

   Die Rüstkosten für die Produktion der Flugzeuge betragen 2 Millionen Euro. Der Hersteller verfügt über die notwendige Kapazität um alle Flugzeuge auf einmal zu produzieren und bis zum vereinbarten Liefertermin auf Lager zu halten. Die Lagerungskosten betragen 200.000,- Euro pro Quartal und Flugzeug. Lösen Sie dieses Problem mit Hilfe des Verfahrens von Wagner und Whitin. Bestimmen Sie *alle* optimalen Herstellungs- bzw. Lagerungsstrategien.

3. Betrachten Sie ein zweiperiodiges stochastisches stationäres Lagerhaltungsproblem, das dem mehrperiodigen stochastischen stationären Lagerhaltungsmodell A bzw. B aus der Vorlesung entspricht. Die Nachfrage R sei exponentialverteilt, $R \sim Exp(1/2)$ mit Dichtefunktion

$$f_R(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x/2}}{2} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Die weiteren Parameter des Problems seien folgendermaßen gegeben: $c =$ 2 Euro/Mengeneinheit, $K = 7$ Euro, $h = 2$ Euro pro Mengeneinheit und Periode, $p = 5$ Euro pro Mengeneinheit und Periode und $\alpha = 0.8$. Bestimmen Sie einen optimalen Bestellplan für die beiden zugrundeliegenden Modelle A und B und errechnen Sie die jeweiligen oberen und unteren Schranken für die optimale Bestellgrenze bzw. Bestellmenge in jeder Periode. Fassen Sie alle diese Ergebnisse in tabelarischer Form zusammen (vgl. Vorlesung).

4. Betrachten Sie ein MCOP $(X, f, \mathbb{R}^Q)/id/(\mathbb{R}^Q, <)$. Sei Y^N der Nadir Punkt dieses Problems und $||\cdot||$ eine monotone Norm in $\mathbb{R}^Q$.

   (a) Zeigen Sie, dass jede optimale Lösung des Problems

   $$\max_{x \in X} ||f(x) - y^N|| \tag{1}$$

   eine schwache Pareto-optimale Lösung des ursprünglichen MCOPs ist. Geben Sie eine Bedingung an, die garantiert, dass jede optimale Lösung von (1) eine Pareto-optimale Lösung des ursprünglichen MCOPs ist.

   (b) Zeigen Sie, dass jede optimale Lösung des Problems

   $$\max_{x \in X} \min_{i=1,2,\dots,Q} |f_i(x) - y_i^N|$$

   eine schwache Pareto-optimale Lösung des ursprünglichen MCOPs ist.